

§ 15 Zentimeterwellen (Mikrowellen)

1. Erzeugung von Zentimeterwellen

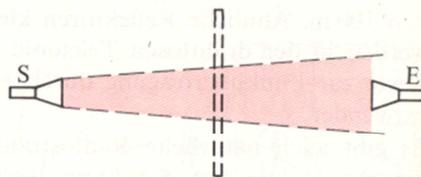
Die bis jetzt behandelten elektromagnetischen Wellen sind durch hochfrequente Wechselströme in Schwingkreisen erzeugt worden, deren Energienachschub durch Röhren- oder Transistor-schaltungen gesteuert wird. In Versuch 23 (Seite 37) haben wir die frequenzbestimmenden Größen auf ein Maß herabgedrückt, das nicht mehr wesentlich verkleinert werden kann. Der Eigenfrequenz einer solchen Schwingkreisschaltung sind also Grenzen gesetzt, die bei etlichen hundert Megahertz liegen. Die entsprechenden Wellenlängen haben die Größenordnung von Dezimetern. In einer besonderen Vakuumröhre, dem sogenannten **Klystron**, können Elektronenströme erzeugt werden, deren Ladungsdichte mit Frequenzen über 1 Gigahertz ($1 \text{ GHz} = 10^9 \text{ Hz}$) periodisch wechselt. Dem Physiker *Gunn* ist es gelungen, eine Kombination aus Halbleitern – die sogenannte Gunn-Diode – zu konstruieren, deren Ladungsträger sich zu Schwingungen im Gigahertz-Bereich aufschaukeln lassen.

Mit dem Klystron oder der Gunn-Diode können elektromagnetische Wellen erzeugt werden, deren Wellenlänge etliche Zentimeter beträgt. Zur Abstrahlung solcher **Mikrowellen** wird statt des Dipols ein trichterförmig geöffneter *Resonanzhohlraum* benutzt. Wenn wir uns vergegenwärtigen, daß der Dipol die Aufgabe hat, die schwingenden elektrischen und magnetischen Felder zu führen sowie ihre Frequenz und Orientierung zu bestimmen, wird uns klar, daß ein Hohlraum mit entsprechenden Ausmaßen demselben Zweck dienen kann. Der an den Hohlraum anschließende Trichter strahlt die Zentimeterwellen als verhältnismäßig schmales Strahlenbündel ab. Der Empfänger besteht aus einer Hochfrequenzdiode, deren Länge etwa $\lambda/2$ ist; sie stellt sowohl Empfangsdipol als auch Gleichrichter dar. Die an der Diode entstehende gleichgerichtete Spannung führen wir einem Meßverstärker zu. Zur Erhöhung der Empfangs- und Richtungsempfindlichkeit kann vor die Empfangsdiode ein Trichter gesetzt werden. Eine im Abstand $\lambda/4$ hinter der Empfangsdiode angebrachte Reflexionsplatte hat dieselbe Wirkung.

2. Ausbreitung der Zentimeterwelle; Messung der Wellenlänge

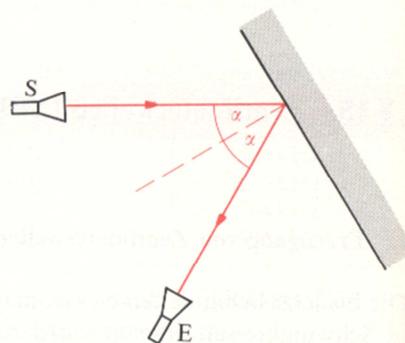
In den folgenden Versuchen werden wir weitere Eigenschaften elektromagnetischer Wellen kennenlernen, die wegen der kleinen Wellenlänge bei Zentimeterwellen besonders gut beobachtet werden können.

Versuch 43: Wir bringen den richtungsempfindlichen Empfänger (Diode mit Trichter bzw. Reflexionsplatte) etwa 50 cm vor den Mikrowellensender. Durch seitliches Verschieben des Empfängers stellen wir fest, daß der Sender ein ziemlich gut begrenztes Wellenbündel aussendet (Abb. 66.1).



66.1 Enge Bündelung der Zentimeterwellen; Durchlässigkeit und Undurchlässigkeit von Stoffen

Versuch 44: Wir schieben zwischen Sender und Empfänger verschiedene Stoffe (Abb. 66.1). Schon eine dünne Metallfolie unterbricht den Wellenstrahl. Dagegen sind Nichtleiter wie Holz, Glas, Plexiglas und andere Kunststoffe für die elektromagnetische Welle weitgehend durchlässig; sie reflektieren aber auch einen Teil der Welle.

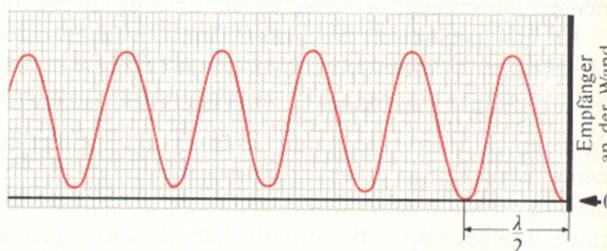


66.2 Reflexion bei Zentimeterwellen

Versuch 45: Die Reflexion elektromagnetischer Wellen an einer Metallwand läßt sich mit den gebündelten Zentimeterwellen besonders gut zeigen (Abb. 66.2). Durch Drehen der reflektierenden Metallwand können wir das Reflexionsgesetz nachweisen. Es besagt, daß Einfallswinkel und Reflexionswinkel bei maximalem Empfang gleich sind.

Versuch 46: Zur Messung der Wellenlänge erzeugen wir entsprechend dem Versuch 31 auf Seite 43 durch Reflexion an einer Metallwand stehende Wellen. Bewegen wir den Diodendipol (ohne Trichter) auf die Wand zu, so registrieren wir abwechselnd Minima und Maxima des

Empfangs. Aus dem Abstand $d = \frac{\lambda}{2}$ = 1,6 cm zweier benachbarter Minima erhalten wir für die Wellenlänge der Mikrowelle $\lambda = 3,2$ cm. Wir können den Empfangsdipol mit Hilfe eines langsam laufenden Motors durch das Wellenfeld ziehen und als Meßinstrument den t - y -Schreiber anschließen (Abb. 66.3).



66.3 Mit dem t - y -Schreiber registrierte Maxima und Minima der Intensität längs einer stehenden Mikrowelle

3. Polarisation

Versuch 47: Wir weisen die Polarisation der vom Sender S kommenden Welle nach, indem wir den Empfänger E um die Achse SE drehen (Abb. 67.1). Zeigt der Diodendipol in Richtung des

\vec{E} -Vektors der Welle, erhalten wir maximalen Empfang; stehen Sender und Empfänger „gekreuzt“, so spricht der Empfänger nicht an.

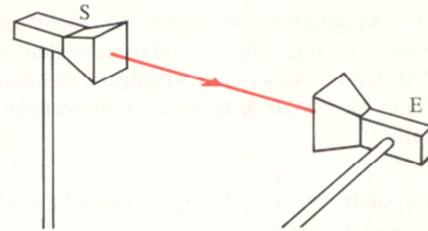
Versuch 48: Eine interessante Variante des Versuchs 45 ergibt sich, wenn wir statt der Metallwand ein Gitter aus Metallstäben verwenden, die sehr viel länger als der Dipol sind. Die Stäbe wirken wie eine reflektierende Metallwand, wenn sie nach *Abb. 67.2* parallel zum \vec{E} -Vektor der Welle angeordnet sind. Ein hinter den Stäben angebrachter Empfänger zeigt, daß in dieser Lage keine Welle durchgelassen wird. Drehen wir das Drahtgitter um 90° (*Abb. 67.3*), so findet keine Reflexion mehr statt; dagegen stellen wir jetzt hinter dem Gitter fast ungeschwächten Empfang fest.

In der Lage nach *Abb. 67.2* werden die Elektronen von den elektrischen Wechselfeldern der Welle zu erzwungenen Schwingungen in Längsrichtung der Stäbe angeregt. Nun stellen die Stäbe des Gitters Dipole dar, deren Eigenfrequenz wegen ihrer Länge wesentlich kleiner als die Anregungsfrequenz der Mikrowelle ist. Wie wir aus Versuch 12 (Seite 31) wissen, erfolgen beim Schwingkreis erzwungene Schwingungen mit einer Phasenverschiebung von 180° gegenüber der Erregerschwingung, falls seine Eigenfrequenz wesentlich unter der Erregerfrequenz liegt. Offenbar verhält sich der Dipol auch in dieser Hinsicht wie ein Schwingkreis: Die vom Sender kommenden und die mit den erzwungenen Schwingungen verknüpften elektrischen Felder sind an den Gitterstäben um 180° phasenverschoben. Die Stäbe senden dabei elektromagnetische Wellen aus, die hinter dem Gitter dieselbe Ausbreitungsrichtung besitzen wie die vom Sender kommenden Wellen. Wegen der Gegenphasigkeit löschen sie sich dort an jedem Punkt in beliebiger Entfernung aus. Nach dem Energieerhaltungssatz können die Wellen aber nicht spurlos verschwinden: Nur ein kleiner Teil der Energie erzeugt Stromwärme in den Gitterstäben, der größte Anteil wird reflektiert.

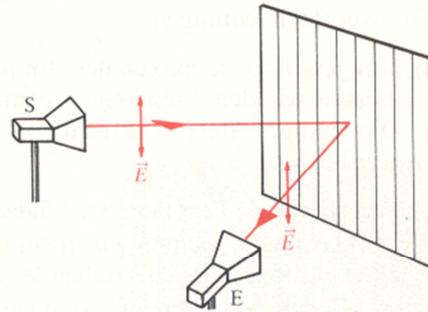
Wie wir aus Versuch 47 wissen, werden in den um 90° gedrehten Dipolstäben keine Schwingungen erregt; es entstehen also auch keine *Sekundärwellen*. Die vom Mikrowellensender kommende Welle wird also weder reflektiert noch hinter dem Gitter ausgelöscht: Sie geht ungestört durch.

Wenn wir in Gedanken die Zahl der Gitterstäbe unbegrenzt vermehren, so daß sie immer dichter zusammenrücken, können wir unsere vorigen Überlegungen auch auf die Reflexion der elektromagnetischen Welle an einer *Metallplatte* übertragen. Da sich an der Metallwand die eintreffenden und die von dort reflektierten elektrischen Felder in jedem Augenblick aufheben, besitzt das E-Feld der durch Reflexion gebildeten stehenden Welle an der Wand einen *Knoten*.

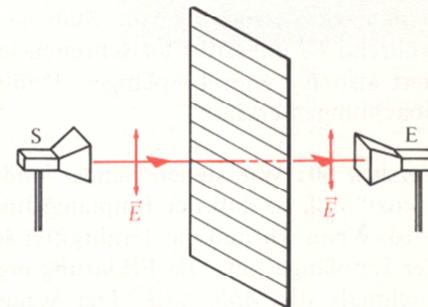
Da sich bei der Reflexion der \vec{E} -Vektor und der Geschwindigkeitsvektor \vec{v} umkehren, haben die \vec{B} -Vektoren der ankommenden und der reflektierten Welle unmittelbar an der Wand dieselbe Richtung, verstärken sich also (*Abb. 68.1*).



67.1 Polarisation bei Zentimeterwellen. Sender S und Empfänger E stehen gekreuzt.



67.2 Die Gitterstäbe wirken wie eine reflektierende Wand.



67.3 Bei dieser Lage der Gitterstäbe wird die Welle nicht reflektiert, sondern durchgelassen.

- ▽ Das Magnetfeld der stehenden elektromagnetischen Welle besitzt deshalb an der reflektierenden Wand einen *Bauch*. Wir haben diese merkwürdige Erscheinung in Versuch 31 (Seite 44) bereits festgestellt; nun besitzen wir eine Erklärung dafür.

▼ **Versuch 49:** Wir bringen zwischen Mikrowellensender S und Empfänger E das Drahtgitter so an, daß seine Metallstäbe senkrecht zum \vec{E} -Vektor verlaufen, die Welle also durchgelassen wird. Wenn wir nun das Gitter nach *Abb. 68.2* um die Achse SE drehen, machen wir zwei Beobachtungen:

a) Um jeweils den maximalen Empfang zu erhalten, müssen wir den Empfänger so mitdrehen, daß der Diodendipol stets senkrecht zu den Gitterstäben gerichtet ist.

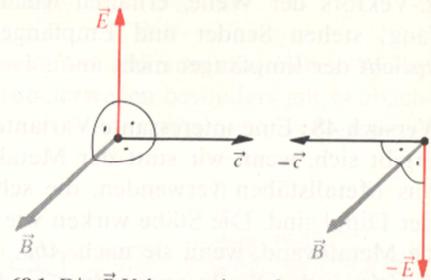
b) Der maximale Empfang wird dabei schwächer.

Zur Erklärung betrachten wir die momentan im Punkt P eines Gitterstabes herrschende elektrische Feldstärke \vec{E} der vom Sender kommenden Welle (*Abb. 68.3*). Wir zerlegen den Vektor \vec{E} in die Komponenten \vec{E}_1 in Stabrichtung und \vec{E}_2 senkrecht dazu, können also \vec{E} austreichen und durch \vec{E}_1 und \vec{E}_2 ersetzen. \vec{E}_1 wird nach Versuch 48 vom Stab nicht durchgelassen, während \vec{E}_2 ungestört fortschreiten kann. Statt \vec{E} wandert also \vec{E}_2 zum Empfänger. Damit sind beide Beobachtungen erklärt.

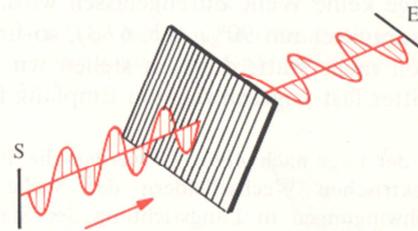
Versuch 50: Wir stellen Sender und Empfänger „gekreuzt“ auf, so daß der Empfangsdipol nicht angeregt wird. Wenn wir nun das Drahtgitter schräg zum \vec{E} -Vektor in das Wellenbündel bringen, spricht der Empfänger an. Die Erklärung ergibt sich aus dem vorigen Versuch: Wir betrachten dazu nochmals die *Abb. 68.3*: Der waagerechte Empfangsdipol kann vom senkrecht auf ihm stehenden Vektor \vec{E} nicht angeregt werden. Das Drahtgitter bewirkt nun, daß nicht \vec{E} , sondern \vec{E}_2 beim Empfänger ankommt. \vec{E}_2 besitzt aber eine Komponente in Richtung des Empfangsdipols, so daß dieser angeregt wird. – *Heinrich Hertz* hat bei seinen Versuchen bereits ein solches Drahtgitter benutzt. Es wird deshalb auch *Hertzsches Gitter* genannt.

4. Beugung elektromagnetischer Wellen

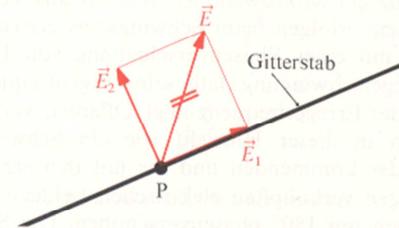
▼ **Versuch 51:** Der richtungsempfindliche Empfänger E wird gemäß *Abb. 68.4* so aufgestellt, daß er von dem Wellenbündel, das der Sender S abstrahlt, nicht mehr getroffen wird. Wenn wir jetzt nach *Abb. 69.1* in den Weg des Wellenbündels zwei Metallplatten bringen, die einen Spalt von etwa 2 cm Breite freilassen, spricht



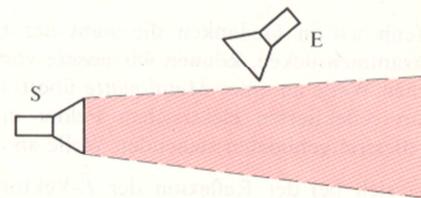
68.1 Die \vec{B} -Vektoren der ankommenden und der reflektierten Welle verstärken sich.



68.2 Mit dem Drahtgitter kann die Polarisationsebene der Welle gedreht werden.



68.3 Der \vec{E} -Vektor wird in die Komponenten \vec{E}_1 und \vec{E}_2 zerlegt.



68.4 Der Empfänger E steht außerhalb des von S ausgesandten Wellenbündels.

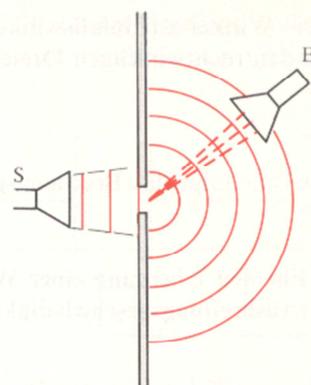
der Empfänger an, obwohl er vorher außerhalb des Bündels stand. Durch diese Anordnung wird aus dem Wellenbündel am Spalt ein schmaler Bereich ausgeblendet. Die im Spalt schwingenden elektrischen und magnetischen Wechselfelder wirken ähnlich wie die Felder eines Sendedipols und bilden das Zentrum einer sich hinter der Blende kreisförmig ausbreitenden elektromagnetischen Elementarwelle. Während die Welle zwischen Sender und Spalt nur in einer Richtung fortschreitet, geht sie hinter der Blende radial nach allen Richtungen des Halbraumes weiter. Eine solche **Beugung am Spalt** und das sie deutende **Huygenssche Prinzip** haben wir bereits bei Wasserwellen kennengelernt (Abb. 69.2).

Auf elektromagnetische Wellen läßt sich das Huygenssche Prinzip anwenden.

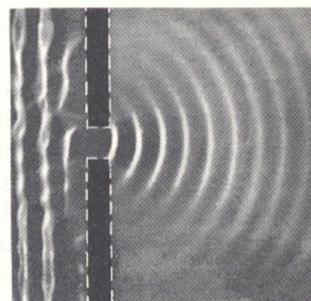
Die Gültigkeit des Reflexionsgesetzes für elektromagnetische Wellen haben wir in Versuch 45 experimentell nachgewiesen. Jetzt können wir auch eine Erklärung finden: Sie ergibt sich nach Band MS Seite 288 aus dem Huygensschen Prinzip.

5. Brechung elektromagnetischer Wellen

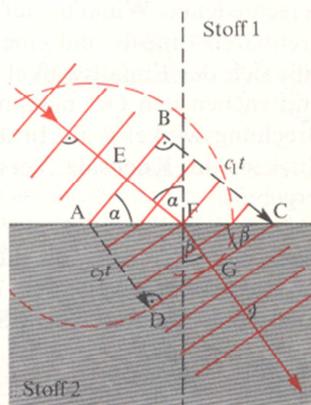
Mit dem *Huygensschen Prinzip* läßt sich eine weitere Eigenschaft von Wellen erklären. Eine Welle breite sich in einem Stoff 1 mit der Geschwindigkeit c_1 aus und treffe schräg auf einen Stoff 2, in dem sie mit der Geschwindigkeit $c_2 \neq c_1$ weiterwandert. Dann ändert sich an der Trennschicht ihre Ausbreitungsrichtung: *Die Welle wird gebrochen*. Zur Erklärung betrachten wir in Abb. 69.3 die Wellenfront AB, deren äußerster Punkt A gerade an der Grenzschicht beider Medien angelangt ist. Wenn diese Wellenfront weiter fortschreitet, breitet sie sich zu einem Teil schon im Stoff 2 aus, während ein anderer Teil noch im Stoff 1 wandert. Die im Stoff 2 entstehenden neuen Wellenfronten lassen sich mit Hilfe von *Elementarwellen* konstruieren: Während der Zeit t , in der B um die Strecke $\overline{BC} = c_1 \cdot t$ nach C vorgerückt ist, hat sich die von A ausgehende Elementarwelle auf den Radius $\overline{AD} = c_2 \cdot t$ ausgedehnt. Die von der Mitte E der Wellenfront AB ausgehende Erregung braucht bis zum Punkt F der Grenzschicht die Zeit $t/2$; in der anderen Hälfte der Zeit t hat sich von F eine Elementarwelle mit dem Radius $\overline{FG} = c_2 \cdot t/2$ ausgebildet. Wir können auf diese Weise noch weitere Elementarwellen konstruieren; doch ist dies zur Bestimmung der neuen Wellenfront CD nicht nötig. Wir erhalten sie schon, wenn wir von C die Tangente an den Kreis um A mit Radius $c_2 \cdot t$ legen.



69.1 Beugung der elektromagnetischen Welle an einem Spalt



69.2 Treffen Wasserwellen auf einen schmalen Spalt, so entsteht hinter der Öffnung eine kreisförmige Welle (Elementarwelle).



69.3 Erklärung des Brechungsgesetzes nach Huygens. Hier ist $c_1 > c_2$, also ist der Abstand der Wellenfronten in Stoff 2 kleiner als in Stoff 1.

- ▼ Die Winkel α (Einfallswinkel) und β (Brechungswinkel) zum Lot auf die Grenzfläche kommen in den rechtwinkligen Dreiecken ABC und ADC ebenfalls vor. Dort lesen wir ab

$$\sin \alpha = \frac{c_1 \cdot t}{AC} \quad \text{und} \quad \sin \beta = \frac{c_2 \cdot t}{AC}.$$

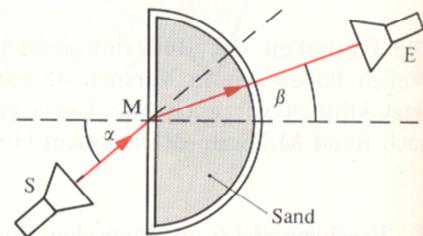
Daraus folgt das **Brechungsgesetz**
$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{c_1}{c_2}. \quad (70.1)$$

Für den Übergang einer Welle vom Vakuum (Ausbreitungsgeschwindigkeit c_0) in einen Stoff (Ausbreitungsgeschwindigkeit c_{Stoff}) lautet das Brechungsgesetz

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{c_0}{c_{\text{Stoff}}} = n. \quad (70.2)$$

▲ Dabei wird n die **Brechungszahl** des betreffenden Stoffes genannt.

- ▼ **Versuch 52:** Wir weisen das Brechungsgesetz für elektromagnetische Wellen mit der in Abb. 70.1 dargestellten Versuchsanordnung nach. Ein aus dünnem Kunststoff gepreßter hohler Halbzylinder wird mit feinem Quarzsand gefüllt. Wir richten den Mikrowellensender so aus, daß die Mitte des Wellenbündels durch die Mittelachse M des Halbzylinders geht. Dann tritt der Strahl an der runden Seite des Halbzylinders stets senkrecht aus, wird also beim Übergang in Luft nicht nochmals gebrochen. Deshalb können wir die Empfangsdiode E zur Messung des Brechungswinkels β außerhalb des Halbzylinders anbringen. Da die Ausbreitungsgeschwindigkeiten der elektromagnetischen Welle in Vakuum und in Luft praktisch gleich sind, können wir aus unserem Versuch die Brechungszahl für Quarzsand bestimmen. Dazu lassen wir den Sender S unter verschiedenen Winkeln auf die Trennfläche Luft-Quarzsand strahlen. Mit Hilfe eines um M drehbaren Lineals und einer an der Rundung des Halbzylinders angebrachten Gradeinteilung läßt sich der Einfallswinkel α genau einstellen. Wir führen die Diode E auf einem Kreis um M und suchen den Ort maximalen Empfangs. Dann richten wir das Lineal auf E und lesen den Brechungswinkel β ab. In den Halbzylinder können auch andere Stoffe eingefüllt werden, z.B. Zucker oder Kochsalz. Versuche mit Quarzsand und Zucker hatten das in Tabelle 70.1 notierte Ergebnis.



70.1 Brechung von Mikrowellen. S: Sender; E: Empfangsdiode; α : Einfallswinkel; β : Brechungswinkel

Nach Gl. 52.2 gilt für die Ausbreitungsgeschwindigkeit der elektromagnetischen Welle in einem Stoff

$$c \approx \frac{c_0}{\sqrt{\epsilon_r}}.$$

Die Brechungszahl dieses Stoffes beträgt also

$$n = \frac{c_0}{c} \approx \sqrt{\epsilon_r}. \quad (70.3)$$

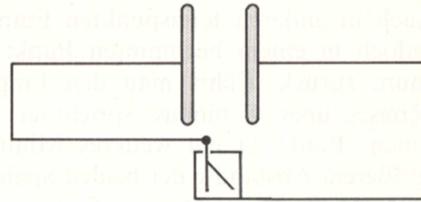
Tabelle 70.1 Brechungszahlen für Sand und Zucker

Einfallswinkel α	Brechungswinkel β		Brechungszahl n	
	Sand	Zucker	Sand	Zucker
20°	12°	9,5°	1,65	2,07
30°	17,5°	14°	1,66	2,07
40°	23°	18°	1,65	2,08
50°	27,5°	22°	1,66	2,04
60°	31,5°	25°	1,66	2,05

Die Dielektrizitätszahl für Quarzsand ist demnach $\epsilon_r \approx n^2 = 1,66^2 = 2,76$. Dieses Ergebnis wollen wir im folgenden Versuch durch eine direkte Messung der Dielektrizitätszahl ϵ_r von Quarzsand nachprüfen. ▽

Versuch 53: Wir stellen zwei kreisförmige Platten (Radius $r = 3,75$ cm) einander im Abstand $d = 1,70$ cm gegenüber (Abb. 71.1). Der auf diese Weise gebildete Kondensator besitzt die Kapazität $C = \epsilon_0 \cdot 1 \cdot \frac{\pi r^2}{d} = 2,30$ pF.

Wir schalten ein statisches Voltmeter (Kapazität $C_v = 2,40$ pF) parallel und laden die Anordnung durch kurzzeitiges Verbinden mit einer Spannungsquelle auf. Das statische Voltmeter zeigt daraufhin die Spannung $U_1 = 3,15$ kV an. Nun schieben wir zwischen die Kondensatorplatten eine dünnwandige Küvette aus Kunststoff, die mit Quarzsand gefüllt ist: Die Spannung sinkt auf $U_2 = 1,70$ kV ab.



71.1 Wenn zwischen die Kondensatorplatten Quarzsand gebracht wird, sinkt die Spannung. Aus der Spannungsdifferenz und der Kapazität der Anordnung kann die Dielektrizitätszahl ϵ_r berechnet werden.

Für die elektrische Ladung, die auf der gesamten Anordnung sitzt, gilt

$$Q = U_1 \cdot (C + C_v) \tag{71.1}$$

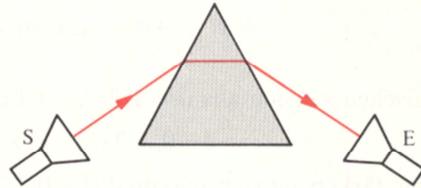
Da beim Einschieben des Sandes keine Ladung verlorengeht, gilt auch

$$Q = U_2 \cdot (\epsilon_r \cdot C + C_v) \tag{71.2}$$

Aus den beiden Gleichungen folgt

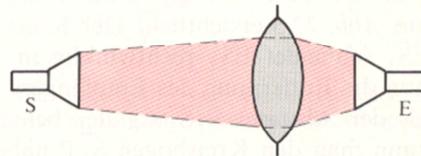
$$\epsilon_r \cdot C + C_v = \frac{U_1 \cdot (C + C_v)}{U_2} \quad \text{und} \quad \epsilon_r = \frac{U_1 \cdot C + (U_1 - U_2) \cdot C_v}{U_2 \cdot C} = 2,74.$$

Versuch 54: Der Wellenstrahl wird durch ein Prisma wegen der zweimaligen Brechung besonders stark abgelenkt. Wir zeigen dies mit Hilfe eines Prismas aus Kunststoff oder Paraffin (Abb. 71.2).



71.2 Brechung eines Zentimeterwellenstrahls am Prisma aus Paraffin. Sie geschieht analog der Brechung eines Lichtstrahls an einem Glasprisma.

Versuch 55: Die Zentimeterwellen werden nach Abb. 71.3 durch eine ca. 50 cm vom Sender S entfernte Linse gebündelt. Sie besteht aus einem sandgefüllten Kunststoffkörper. Der richtungsempfindliche Empfänger E spricht in einem scharf begrenzten Bereich hinter der Linse maximal an. Auf diesen Bereich wird der Sender sozusagen „abgebildet“.



71.3 Brechung eines Zentimeterwellenbündels an einer Sammellinse (ein mit Sand gefüllter Kunststoffkörper) ▲

6. Beugung und Interferenz am Doppelspalt

Versuch 56: Aus zwei Metallplatten und einem Metallstreifen bilden wir nach Abb. 72.1 einen **Doppelspalt** mit den beiden Spalten S_1 und S_2 , von denen jeder einzelne schmäler als die Wellenlänge λ ist. Der Ab-

▼ stand g der beiden Spaltmitten beträgt etwa 2 bis 3 Wellenlängen. Nun führen wir den Empfänger auf einem Halbkreis um A herum. Wir registrieren – wie erwartet – nicht nur in B, sondern wegen der Beugung auch in anderen Kreispunkten Empfang. Dieser geht jedoch in einem bestimmten Punkt C auf ein Minimum zurück. Führt man den Empfänger längs des Kreises über C hinaus, spricht er wieder an, bis in einem Punkt D ein weiteres Minimum eintritt. Bei größerem Abstand g der beiden Spaltmitten lassen sich mehr Minima und Maxima finden.

Mit diesem Versuch erhalten wir einen Effekt, der bei vielen Wellenvorgängen eine Rolle spielt: **Im Zusammenhang mit der Beugung tritt Interferenz auf.** Die in den beiden Spalten S_1 und S_2 schwingenden elektromagnetischen Felder gehören derselben Wellenfront an, stellen also zwei gleichphasig in derselben Richtung schwingende Sender elektromagnetischer Wellen dar. Diesen Fall haben wir bei Wasserwellen schon kennengelernt, als wir zwei miteinander verbundene – also gleichphasig schwingende – Stifte periodisch in Wasser eintauchen ließen (Abb. 72.2).

In Abb. 72.3 sind $\overline{S_1E}$ und $\overline{S_2E}$ die Wege der beiden abgebeugten Wellen, die zum Empfänger E gelangen können. Der Gangunterschied $\delta = \overline{S_2E} - \overline{S_1E}$ entscheidet, ob sich die Wellen in E durch Interferenz verstärken oder abschwächen. Für

$$\delta = \frac{\lambda}{2}, \frac{3\lambda}{2}, \dots, \frac{(2k-1) \cdot \lambda}{2} \quad (72.1)$$

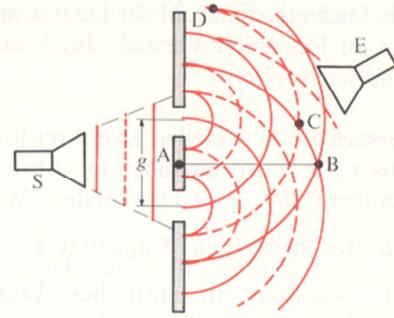
löschen sie sich aus ($k = 1, 2, 3, \dots$), für

$$\delta = 0, \lambda, 2\lambda, \dots, k \cdot \lambda \quad (72.2)$$

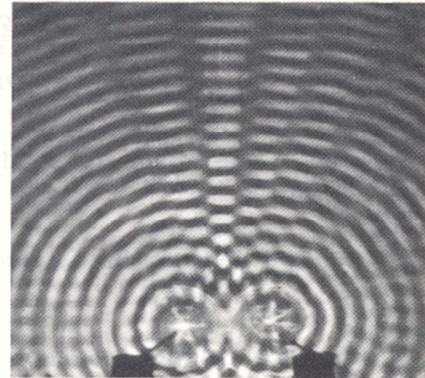
verstärken sie sich maximal ($k = 0, 1, 2, 3, \dots$).

In der ungebeugten Strahlrichtung des Senders liegt ein Maximum, dem man die Nummer 0 gibt. Die Numerierung der Maxima beginnt also mit $k=0$, während wir bei den Minima mit $k=1$ anfangen. Die geometrische Konstruktion des Gangunterschiedes δ ist aus Abb. 72.3 ersichtlich: Der Kreis um E mit Radius $\overline{ES_1}$ schneidet ES_2 rechtwinklig in P; $\overline{S_2P} = \delta$. Wenn nun die Entfernung des Empfängers E sehr viel größer als der Abstand $\overline{S_1S_2} = g$ der beiden Spaltmitten ist, kann man den Kreisbogen $\widehat{S_1P}$ näherungsweise durch die Sehne $\overline{S_1P}$ ersetzen (Abb. 72.4). Die beiden Wellenstrahlen verlaufen dann praktisch parallel. Der Winkel α zwischen der ursprünglichen, ungebeugten Strahlrichtung

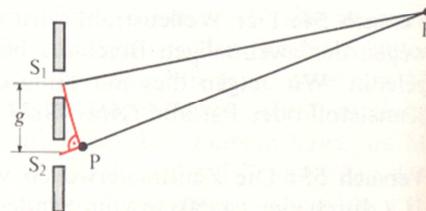
▲



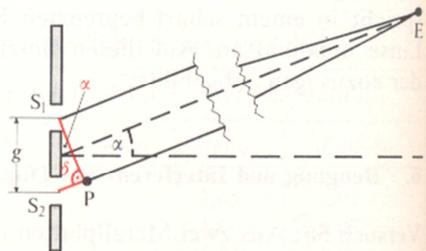
72.1 Interferenz von Zentimeterwellen am Doppelspalt



72.2 Zwei gleichphasig schwingende Stifte tauchen periodisch in Wasser ein.



72.3 Die in S_1 und S_2 gebeugten Wellen interferieren z.B. in E.



72.4 Wenn der Empfänger weit entfernt ist, kann der Kreisbogen $\widehat{S_1P}$ durch die Sehne $\overline{S_1P}$ ersetzt werden.

tung (die man ohne die beugenden Spalte erhielte) und der Richtung zum Empfänger kommt auch im rechtwinkligen Dreieck S_1PS_2 vor. Dort lesen wir ab ▼

$$\sin \alpha = \frac{\delta}{g}. \tag{73.1}$$

Zusammen mit Gl. 72.1 folgt für den Winkel α_k zum k -ten Minimum

$$\sin \alpha_k = \frac{(2k-1) \cdot \lambda}{2g}. \tag{73.2}$$

Insbesondere gilt für den Winkel α_1 zum 1. Minimum

$$\sin \alpha_1 = \frac{\lambda}{2g}. \tag{73.3}$$

Die Abb. 73.1 zeigt, wie die Auslöschung der in diese Richtung gebeugten Wellen zustandekommt.

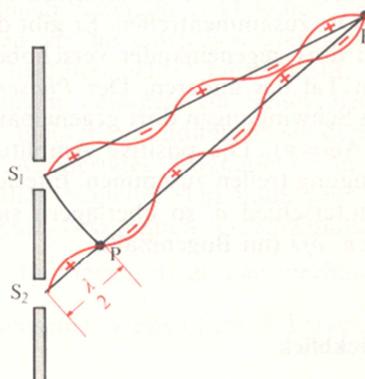
Wenn wir den Winkel zwischen der direkten Strahlrichtung (0. Maximum!) und der Richtung zum k . Maximum mit β_k bezeichnen, erhalten wir aus den Gl. 72.2 und 73.1

$$\sin \beta_k = \frac{k \cdot \lambda}{g} \quad (k=0, 1, 2, \dots). \tag{73.4}$$

Bei einem Spaltabstand von $g=6$ cm finden wir das 1. Minimum bei $\alpha_1=15^\circ$. Aus Gl. 73.3 folgt für die Wellenlänge

$$\begin{aligned} \lambda &= 2g \sin \alpha_1, \text{ also} \\ \lambda &= 12 \text{ cm} \cdot \sin 15^\circ = 3,1 \text{ cm} \end{aligned}$$

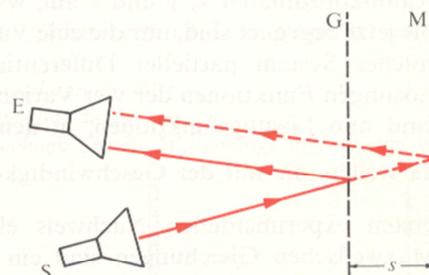
in guter Übereinstimmung mit unserer Messung in Versuch 46.



73.1 Wenn $\delta = \frac{\lambda}{2}$ ist, löschen sich die von S_1 und S_2 ausgehenden Wellen in E aus. ▲

7. Reflexion und Interferenz an einer Schicht

Versuch 57: Wir richten den Mikrowellensender auf eine ca. 2 mm dicke Glasplatte; dann stellen wir fest, daß das Wellenbündel zum Teil reflektiert und zum Teil durchgelassen wird. Nun bringen wir im Abstand s parallel zu der Glasplatte eine Metallwand an und bestrahlen die so entstandene Schicht der Dicke s nach Abb. 73.2 mit Zentimeterwellen. Wenn wir das Bündel fast senkrecht auftreffen lassen, gelangt sowohl der am Glas reflektierte als auch der durchgehende und dann an der Metallplatte reflektierte Teil in den richtungsempfindlich gemachten Empfänger E. Bei $s = \frac{\lambda}{4}$ erhalten wir ein *Minimum*. Vergrößern wir die Schichtdicke s jeweils um weitere $\frac{\lambda}{4}$, so entsteht ein *Maximum*, dann wieder ein *Minimum* usw. ... △



73.2 Interferenz von Zentimeterwellen an einer Schicht; M: Metallplatte; G: Glasplatte ▽

- ▽ Bei fast senkrechtem Einfall des Wellenstrahls erhalten die beiden den Empfänger treffenden Teilbündel den Gangunterschied $\delta \approx 2s$, so daß für $s = k \cdot \frac{\lambda}{4}$ ($k = 0, 1, 2, 3, \dots$) der Gangunterschied $\delta = 0, \frac{\lambda}{2}, \lambda, \frac{3\lambda}{2}, \dots$ wird, also abwechselnd Minima und Maxima entstehen.

Wir wissen, daß ankommende und reflektierte Welle an der Metallwand selbst entgegengesetzte Phase besitzen. Man drückt das auch so aus: Bei der Reflexion an einer Metallplatte entsteht ein *Phasensprung* von 180° . Unser Versuchsergebnis zeigt, daß derselbe Phasensprung offenbar auch bei der Reflexion an der Glasoberfläche auftritt. Wäre dies nicht so, dann entstünde bei der Dicke $s = \lambda/4$ kein Minimum, sondern ein *Maximum*. Ein Umweg der Länge $\lambda/2$ und dazu nur ein Phasensprung von 180° an der Metallplatte ließen nämlich die beiden Teilbündel wieder gleichphasig beim Empfänger E ankommen.

- △
- ▽ Man beachte: Der *Gangunterschied* δ bezieht sich auf zwei *Wellen* gleicher Wellenlänge, die an einem Ort zusammentreffen. Er gibt die Strecke δ an, um welche die Wellenberge dieser beiden Wellen dort gegeneinander verschoben sind. $\delta = \lambda/2$ bedeutet: Ein Berg der einen Welle trifft auf ein Tal der anderen. Der *Phasenunterschied* $\Delta\varphi$ ist der Winkel, um den die Phasen der beiden Schwingungen dort gegeneinander verschoben sind. Z.B. bedeutet $\Delta\varphi = 180^\circ$ (im Bogenmaß: $\Delta\varphi = \pi$): Die positive Amplitude der einen und die negative Amplitude der anderen Schwingung treffen zusammen. Interferieren zwei Teilbündel einer Welle an einem Ort mit dem Gangunterschied δ , so überlagern sich dort ihre Schwingungen mit dem Phasenunterschied $\Delta\varphi = 2\pi \cdot \delta/\lambda$ (im Bogenmaß).
- ▲

▽ 8. Rückblick

Maxwell hat die ungeheuere Fülle an Eigenschaften elektrischer und magnetischer Felder mathematisch durch vier Gleichungen beschrieben. Sie sind uns begegnet im Satz vom Hüllenfluß (Band E Seite 55), dem Durchflutungssatz (Band E Seite 89), im Induktionsgesetz (Seite 47) und der 1. Maxwellschen Gleichung (Seite 47). Diese vier Maxwellschen Gleichungen kann man als sogenannte partielle Differentialgleichungen schreiben. In ihnen treten nicht nur die Ableitungen der Funktionen \vec{E} und \vec{B} nach der Zeit t , sondern auch nach dem Raumkoordinaten x , y und z auf, während die gewöhnlichen Differentialgleichungen, die uns bis jetzt begegnet sind, nur die eine Variable t enthielten. Wenn man für einen konkreten Fall ein solches System partieller Differentialgleichungen aufstellt, erhält man im allgemeinen als Lösungen Funktionen der vier Variablen t , x , y und z , also $\vec{E}(t, x, y, z)$ und $\vec{B}(t, x, y, z)$. Maxwell fand nun Lösungsfunktionen, in denen $\vec{E}(t, x, y, z)$ und $\vec{B}(t, x, y, z)$ Gleichungen von Wellen darstellen, die mit der Geschwindigkeit $c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \epsilon_r \mu_0 \mu_r}}$ fortschreiten. Das war 20 Jahre vor dem

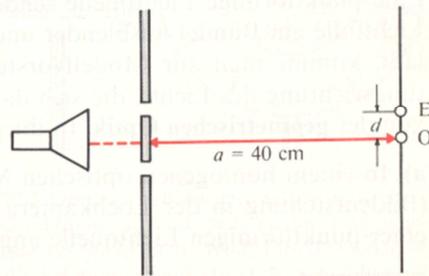
ersten experimentellen Nachweis elektromagnetischer Wellen durch *Heinrich Hertz*! Die Maxwellschen Gleichungen sind ein besonders eindrucksvolles Beispiel für die Wirksamkeit mathematischer Denkweisen in der Physik: *Maxwell* hat durch theoretische Überlegungen Gleichungen gefunden, die einerseits den damals schon bekannten physikalischen Tatbestand richtig beschrieben, mit diesen Wellen aber andererseits zusätzliche Lösungen erbrachten, die weit in physikalisches Neuland vorstießen. Es ist bewundernswert, daß es *Maxwell* gelungen ist, die Grundlagen der Elektrodynamik in einem Gleichungssystem von besonderer Klarheit und Symmetrie festzuhalten. Der Physiker *Ludwig Boltzmann* rühmte die Maxwellschen Gleichungen mit dem Goethewort: „War es ein Gott, der diese Zeichen schrieb?“



Die Behandlung eines Systems partieller Differentialgleichungen übersteigt die Möglichkeiten der Schulmathematik. Wir haben deshalb den historischen Gang umgekehrt und sind vom experimentellen Nachweis der elektromagnetischen Wellen ausgegangen. Dann erst haben wir nach einer „Erklärung“ gesucht, d.h. wir haben uns gefragt, ob sich die Existenz elektromagnetischer Wellen mit physikalischen Erscheinungen in Verbindung bringen ließe, die uns bereits vertraut sind. Dazu haben wir aus dem uns bekannten Induktionsgesetz (der 2. Maxwell'schen Gleichung) geschlossen, daß ein bewegtes Magnetfeld ein elektrisches Feld zur Folge hat. Weiter wußten wir schon, daß bewegte elektrische Ladungen ein Magnetfeld erzeugen. Seine Flußdichte \vec{B} läßt sich mit dem Durchflutungssatz (Band E Gl. 89.6) berechnen, der einen Teil der 1. Maxwell'schen Gleichung darstellt. An sich ist diese Erscheinung ebenso verwunderlich wie die Existenz elektromagnetischer Wellen, doch sind uns die ringförmigen magnetischen Feldlinien, die nach Oersted um einen stromdurchflossenen Leiter entstehen, schon aus der Mittelstufe so vertraut, daß wir nichts Außergewöhnliches an ihnen finden. Von dieser wohlbekanntesten Erfahrung gingen wir dazu über, auch einem bewegten elektrischen Feld ein Magnetfeld zuzuschreiben. Zur Veranschaulichung dachten wir uns einen bewegten geladenen Kondensator, der samt seinem elektrischen Feld über einen Beobachter hinwegzieht. Dieser konstatiert ein Magnetfeld, weil sich elektrische Ladungen bewegen. Im Sinne *Maxwells* schrieben wir die Entstehung dieses Magnetfeldes aber nicht den Ladungen, sondern dem bewegten elektrischen Feld zu. So fanden wir, daß ein wanderndes Magnetfeld von einem elektrischen Feld und dieses wieder von einem Magnetfeld begleitet sein muß. Die Felder erhalten sich dann gegenseitig, wenn sie mit einer ganz bestimmten Geschwindigkeit c fortschreiten; aus unserer Überlegung folgte $c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \epsilon_r \mu_0 \mu_r}}$. Im Gegensatz zu den mechanischen Wellen benötigen die sich selbst erhaltenden elektromagnetischen Wellen keinen Träger.

Aufgaben:

- Ein Empfangsdipol, der in Richtung des \vec{E} -Vektors einer Mikrowelle aufgestellt ist, erfährt die mittlere elektrische Feldstärke $\vec{E} = 20 \frac{\text{V}}{\text{m}}$. Nun wird der Dipol um 90° gedreht. Welche mittlere elektrische Feldstärke erfährt er jetzt, wenn ein Hertzsches Gitter so in das Wellenbündel gehalten wird, daß seine Stäbe mit dem \vec{E} -Vektor der Welle einen Winkel von 30° bilden?
- Eine Mikrowelle wird beim Übergang von Luft in einen Kunststoffkörper gebrochen. Man mißt bei einem Einfallswinkel von $\alpha = 40^\circ$ den Brechungswinkel $\beta = 24^\circ$.
 - Berechnen Sie den Brechungswinkel β bei einem Einfallswinkel von $\alpha = 50^\circ$!
 - Mit welcher Geschwindigkeit breitet sich die Welle im Kunststoff aus?
 - Der Mikrowellensender hat die Frequenz $f = 9 \text{ GHz}$. Berechnen Sie die Wellenlänge in Luft und im Kunststoff!
- Ein Doppelspalt, dessen Spaltmitten 8 cm voneinander entfernt sind, wird nach Abb. 75.1 von einer Mikrowelle durchstrahlt. Hinter dem Doppelspalt befindet sich ein Empfänger E, der längs einer Parallelen zur Verbindungslinie der beiden Spalte im Abstand $a = 40 \text{ cm}$ verschoben wird. 6 cm von O entfernt (Abb. 75.1) registriert der Empfänger zum ersten Mal ein Minimum des Empfangs.
 - Berechnen Sie die Wellenlänge der Mikrowelle!
 - In welcher Entfernung von O tritt das 2. Empfangsminimum auf?



75.1 In E wird ein Minimum registriert.